

Desarrollo de habilidades matemáticas y formación de profesores

*Santiago Ramiro Velázquez, Carlos Flores Lozano, Gerardo García Lozano,
Enrique Gómez Otero, Hermes Nolasco Hesiquio*

Universidad Autónoma de Guerrero y Centro de Investigación y Desarrollo Educativo

sramiro@galeana.uagfm.mx

Resumen

En este artículo se presentan algunos resultados del proyecto de investigación denominado El desarrollo de habilidades matemáticas y la formación de profesores de educación secundaria, perteneciente al Sistema de Investigación Benito Juárez, SIBEJ-CONACYT. En especial se expresa una concepción de situaciones didácticas para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, producto de las posiciones teóricas de la investigación y de las experiencias de la realización de diversos talleres y cursos con la participación de profesores y estudiantes del estado de Guerrero, México. Esta concepción de situaciones didácticas conformadas con series de problemas y actividades para abordarlos, considera al proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática incluido en el proceso de estudiar esta asignatura, que a su vez es un proceso estructurado y sostenido como fuente constante de tareas y problemas matemáticos, Chevallard (1998). En este sentido y considerando que una de las funciones principales del docente es el diseño e instrumentación de situaciones didácticas, el presente trabajo contribuye a fortalecer los programas de actualización y superación de profesores.

Introducción

En esta presentación se describe un taller para profesores, estructurado sobre la base de las ideas y experiencias de la realización de diversos cursos y talleres con la participación de 200 docentes de educación secundaria, del estado de Guerrero, México. En los referidos talleres y cursos se analizan y diseñan situaciones didácticas para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, como una forma de instrumentar el proceso de estudio de esta asignatura. En particular se promueve la habilidad de comprender, la de visualizar y la de comunicar. En tanto que el proceso de estudiar matemática, es un proceso amplio que incluye al de enseñanza aprendizaje.

En la descripción se exponen los objetivos, contenidos y productos esperados del taller. Además se hace una breve constatación del problema de investigación, se expone una concepción de situaciones didácticas y se presenta en extenso un ejemplo. Finalmente se exponen algunos resultados, donde se expresan experiencias de la realización de los talleres y cursos, como parte de los compromisos del proyecto en el marco de la actualización y superación de profesores.

Constatación del problema

El problema de investigación consiste en que los docentes de matemáticas de educación secundaria no desarrollan eficientemente su labor, porque no conocen a profundidad la disciplina que enseñan y desconocen algunos procesos que tienen lugar en el aprendizaje

de esta asignatura, lo que repercute negativamente en el aprendizaje. Parte de la constatación de este problema se expone a continuación.

En educación secundaria se dispone de diversos materiales de apoyo como: el plan y programas de estudio, la organización y secuencia de contenidos, el libro para el maestro, libro del alumno y el fichero de actividades didácticas. Si estos materiales se instrumentaran adecuadamente, promoverían aprendizajes significativos en los estudiantes. No obstante se les concibe en forma aislada y se les asigna un papel externo de la actividad matemática escolar.

Por su parte algunas de las limitaciones de los docentes para el desempeño de su labor, se manifiesta en los resultados del examen de 1999 del curso nacional denominado: la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, en donde de los 15 temas abordados 10 tienen un dominio de menos del 50 %, por los profesores participantes (PRONAP, 1999). Estos 10 temas son los que tienen mayores potencialidades para la formación de conceptos y el pensamiento matemático, lo que refleja la magnitud del problema. Mismo que se acrecienta, ya que sólo un número reducido de profesores realizan el referido curso y sustentan el examen respectivo.

En lo que corresponde a los alumnos, en lo general no asumen el papel que les corresponde en el proceso de estudio de la matemática, en el sentido de plantearse metas de largo alcance y persistir en su logro. Esto trae como consecuencia una falta de orientación y expectativas, cediendo al profesor toda la responsabilidad. Estas posiciones coinciden con las de Piattelli (Piattelli, 1992, citado por Chevallard, 1998), al sostener "La falta de ganas de estudiar normalmente no es una patología ni un enfrentamiento especial y personal con los padres, los profesores y la escuela como institución. Se trata sólo de una enésima manifestación de los compromisos establecidos con la ignorancia"

En lo que a la escuela concierne, persiste una organización vertical y autoritaria que dificulta la instrumentación del enfoque para la enseñanza aprendizaje de la matemática, en esta organización se incluye la obligación de estudiar matemática desligada de las necesidades e intereses de los alumnos

Concepción del Taller

<p><i>Objetivos del taller:</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Analizar una concepción de situaciones didácticas de modo que reconozcan su estructura y el proceso para diseñarlas.2. Explorar situaciones didácticas de manera que determinen su pertinencia y eficacia para desarrollar habilidades matemáticas.	<p><i>Producto esperado:</i> Una explicación por escrito de las características de las situaciones didácticas para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, estudiadas en este taller.</p>
<p><i>Contenidos del taller:</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Situaciones didácticas y el proceso de estudiar matemática.2. Ejemplos de situaciones didácticas.	<p><i>Fin último</i> (para su logro posterior a la realización del taller): Diseñar e instrumentar situaciones didácticas para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, en su labor.</p>

Algunos aspectos del marco teórico

Habilidades matemáticas

Las producciones de los estudiantes en el trabajo con las tareas y problemas matemáticos son manifestaciones de lo que pueden hacer, a las formas de cómo se manifiestan esas producciones se les da el nombre de habilidades matemáticas. Como se afirma en líneas anteriores en este trabajo se estudia la habilidad de comprender, visualizar y comunicar. Comprender es tener una representación mental del objeto de estudio, de modo que el estudiante pueda expresar las características con sus propias palabras y modelar diversas situaciones de la realidad. Visualizar consiste en trasladar a imágenes visuales la información que está dada en un determinado contexto y viceversa, Guzmán (1996). Comunicar consiste en buscar información sobre contenidos matemáticos, procesarla y expresarla correctamente desde el punto de vista de la forma y el contenido.

Concepción Teórica de las Situaciones Didácticas

1.-El Proceso de Estudiar Matemática y las Situaciones Didácticas

La escuela como centro *exprofeso* para promover el desarrollo intelectual de los alumnos, es un escenario donde de manera sistemática se realiza el proceso de estudio en general y en particular de la matemática. Sobre la base de las posiciones teóricas que se vienen sustentando en este trabajo, un proceso de enseñar y aprender matemática en la escuela, requiere de la participación consciente de estudiantes y profesores en el planteamiento y solución de problemas. Donde se utilicen los diversos medios didáctico-matemáticos, en la producción de saberes que mantengan “vivo” el conocimiento matemático.

Un eje rector en este proceso, es el diseño de situaciones didácticas para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, conformadas con series de actividades en las que los alumnos pueden resolver problemas y generar saberes a partir de los recursos cognitivos de que disponen. Las situaciones didácticas que en este trabajo se diseñan, se conciben principalmente, sobre la base de las funciones didácticas enmarcadas en la teoría de la actividad, Leontiev (1981), los 4 aspectos básicos del proceso de estudiar matemática Chevallard, (1998) y las fases de la apropiación del conocimiento matemático Brousseau, (1983).

2.-Funciones Didácticas

La actividad docente es la forma de realización de la actividad cognoscitiva en la escuela, es por tanto una actividad humana dirigida a un fin y organizada en las fases de orientación, ejecución y control. A cada una de estas fases le corresponde una cierta función en el trabajo docente como proceso didáctico, esas son las funciones didácticas. Cada actividad que se realiza en una clase o un sistema de clases, tiene entonces una función o tarea didáctica. Las funciones didácticas que se consideran son la motivación, orientación hacia el objetivo, el aseguramiento del nivel de partida, los nuevos contenidos, fijación y control. Las tres primeras corresponden a la fase de orientación, los nuevos contenidos y la fijación a la de ejecución y el control a la fase del mismo nombre. En la instrumentación de estas funciones didácticas, destaca la formación de conceptos como fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático, ya que los conceptos son la forma principal en que opera dicho pensamiento. Como se puede ver estas funciones constituyen una guía para el docente, en el diseño e instrumentación de situaciones didácticas.

3.- Los 4 Aspectos Básicos para el Estudio de la Matemática

Estos aspectos son las cuestiones a las que responde el contenido matemático que se aborda, la unidad del razonamiento deductivo y el pensamiento conjetural, las técnicas que se utilizan y el tecnológico-teórico (Chevallard, 1998).

Las cuestiones a las que responde el contenido que se aborda consideran las necesidades y problemas que dieron origen a ese conocimiento, la forma de cómo se construyó para ser un conocimiento matemático científico comunicable, así como su transformación en un conocimiento matemático enseñable. En esta transformación se responde a estas preguntas: ¿Qué características tiene este contenido para ser un conocimiento enseñable?, ¿Cuáles son las razones para que forme parte del currículo escolar?, ¿Qué potencialidades tiene para desarrollar el pensamiento matemático?

La unidad del razonamiento deductivo y el pensamiento conjetural, se refleja en la búsqueda y aseguramiento del conocimiento matemático, es decir para el cumplimiento de una tarea matemática se requiere de la exploración y formulación de conjeturas hasta encontrar el conocimiento. A la vez este conocimiento se asegura a base de demostraciones, fundamentos, argumentos y justificaciones. En este proceso de búsqueda y aseguramiento, se ejecuta el trabajo con la técnica que consiste en la instrumentación de procedimientos matemáticos vinculados con el contenido, a partir de los cuales se producen nuevas técnicas y nuevos conocimientos. En este aspecto son relevantes las técnicas y estrategias eficaces en la solución de problemas. El aspecto tecnológico-teórico lo conforman los fundamentos, argumentos y explicaciones sobre la tarea que se está realizando de manera que se amplíe su comprensión y se haga eficiente el proceso de estudio. Cuando las actividades de una situación didáctica se realizan de esta manera, se descubre la naturaleza de la matemática.

4.-Las Fases de la Apropiación del Conocimiento Matemático

Otra línea de pensamiento (Brousseau, 1983) establece que las fases de la adquisición del conocimiento matemático son: la acción, formulación, validación e institucionalización. La acción consiste en el planteamiento de la tarea, su comprensión y en las acciones que realiza el alumno para cumplir con las exigencias establecidas. En la formulación se confrontan y analizan los diversos procedimientos y resultados. En la validación se fundamentan los procedimientos y resultados y finalmente, en la fase de institucionalización se expresan los saberes construidos, correctamente, desde el punto de vista de la forma y del contenido.

Situación didáctica para abordar parte de los 4 primeros temas del 3º grado de educación secundaria.

Propuesta

Sobre la base de esta concepción teórica de situaciones didácticas, se construye una propuesta como se describe a continuación.

El eje rector en el diseño e instrumentación de situaciones didácticas para desarrollar habilidades matemáticas, es el proceso de estudiar matemáticas. En cada situación didáctica se incluyen variantes, con el propósito de que los alumnos realicen un trabajo independiente en el que desarrollen su ingenio y creatividad.

Cada una de las tres posiciones teóricas expuestas en esta parte, constituye una base para estructurar las referidas situaciones didácticas, considerando en lo necesario las otras dos

posiciones. De esta manera se refleja una didáctica de la matemática con un enfoque sistémico, ya que las tres posiciones teóricas referidas comprenden aspectos cognitivos, epistemológicos, didácticos y socioculturales.

Temas: 1.- Proporcionalidad y funciones lineales. 2.- Ecuaciones y problemas. 3.- Regiones en el plano cartesiano y gráficas de funciones. 4.- Ecuaciones y problemas (continuación)

Sub-temas: Variación lineal, crecimiento lineal y exponencial, ejercicios de graficación de funciones, problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas.

Propósitos:

- Utilizar constantemente los diversos medios de expresión matemática, lenguaje algebraico, tablas y gráficas en el planteo y solución de problemas diversos. Desarrollar criterios para pasar de unos a otros.
- Conocer ejemplos de crecimiento geométrico o exponencial y poder comparar este modo de crecimiento con el aritmético o lineal.
- Habilidades matemáticas que se pueden desarrollar: Comprender, visualizar, comunicar.
- Relación con otros contenidos de la asignatura: Principalmente, con el contenido que se aborda en la ficha No. 7 del tercer grado, denominada ¿Qué te conviene? (Fichero de actividades didácticas. Matemáticas de educación secundaria).

Motivación:

Se motiva a los estudiantes durante todo el proceso de la actividad con el planteamiento de problemas interesantes, que tienen varias vías de solución, están en el campo de acción de los participantes y relacionan conocimientos ya dominados con los nuevos contenidos

Orientación hacia el objetivo:

Esta orientación también es permanente y se trata de que el alumno haga suyos los propósitos planteados y sea persistente en su logro. Es necesario que el alumno señale constantemente si está avanzando por la vía adecuada, qué tanto ha avanzado y que le queda pendiente. Se puede orientar con estas preguntas:

¿Voy por el camino adecuado para lograr el propósito?, ¿Qué tanto he avanzado? , ¿Qué falta por realizar?

Asegurar el nivel de partida:

Es necesario asegurar las condiciones previas para el éxito de la actividad. De modo que el estudiante haga una fijación de los contenidos y experiencias personalizadas en los grados anteriores. Principalmente en lo referente a los temas de pre-álgebra de 1er grado y de álgebra del 2º grado. Se pretende que el principal interesado en asegurar el nivel de partida sea el estudiante, al notar sus limitaciones para resolver la tarea planteada y lograr los propósitos establecidos.

En este caso se propone que el aseguramiento del nivel de partida, considere los contenidos que se abordan en las fichas: No. 13 del primer grado, 4, 8, 11 y 17 del segundo grado.

Organización del grupo y planteamiento de la tarea:

El grupo se puede integrar en equipos para resolver el siguiente problema. En un primer momento se propone que cada equipo trabaje con sus propias experiencias:

Una fábrica de yogurt produce 2500 cuartos a la semana. La ganancia neta por cada cuarto de este producto que se vende es de \$ 0.40, mientras que los que no se venden se desechan con una pérdida de 70 centavos por cuarto. Construye una fórmula que exprese la ganancia de la fábrica en términos del número de cuartos de yogurt vendidos. (Libro para el maestro de matemáticas de educación secundaria)

Después de un tiempo razonable, se presenta el avance de los equipos, de modo que se refleje que un recurso útil en esta tarea es la técnica de lectura analítica. Esta técnica se aplica con otras como la modelación, que asegura la construcción de una tabla análoga a la siguiente:

						Representación con variables
No. de cuartos vendidos	500	1000	1500	2000	2500	x
No. de cuartos no vendidos	2000	1500	1000	500	0	$2500 - x$
Ganancia	200	400	600	800	1000	-
Pérdida	1400	1050	700	350	0	-
Diferencia	-1200	-650	-100	450	1000	$0.4x - (2500-x)(0.7)$

- Propongo a los alumnos que representen esta información en otras formas, que las confronten, analicen y formulen la respuesta al problema.

- Sobre la base de las acciones realizadas propongo que los alumnos planteen preguntas y nuevos problemas y que los resuelvan. Pueden ser preguntas sencillas como ¿Cuántos cuartos de yogurt deben venderse para que no haya pérdida? hasta la reformulación del problema original, cambiando las variables o el contexto. Si se considera necesario, los estudiantes pueden seleccionar situaciones del entorno o de diversos textos, para plantear y reformular problemas. En esta actividad el docente puede orientar a los alumnos, para que las preguntas y problemas planteados sean significativos para los contenidos que se abordan y el logro de los propósitos establecidos.

Análisis de las actividades realizadas considerando los siguientes aspectos:

-Importancia para el logro de los propósitos planteados y el desarrollo de las habilidades establecidas.

-Técnicas y estrategias utilizadas en la solución.

-Descripción de las posibilidades de aplicar las experiencias personalizadas.

-Formalización de los contenidos que se ha apropiado: conceptos, relaciones, procedimientos.

-Evaluación considerando el logro de los propósitos planteados, en la que cada uno de los participantes describa su desempeño, en términos de los aportes que hizo, la forma en que lo hizo, la forma y el momento en que solicitó ayuda y el tipo de ayuda recibida. De modo que los estudiantes sean conscientes de sus fortalezas y debilidades, así como de sus avances.

Variantes:

a) La siguiente tabla muestra la población aproximada (expresada en millones) de una colonia de bacterias. El registro se hace cada hora. (Fichero de actividades didácticas de matemáticas de educación secundaria).

Hora	0	1	2	3	4	5
Bacterias	6	12	24	48	96	192

¿Cuántas bacterias habrá después de 8 hrs? ¿De 10 hrs? ¿Cuántas bacterias habrá una hora antes de la observación?. Encuentra la función (fórmula o expresión analítica) que permita calcular el número de bacterias para cualquier hora.

b) En las esquinas de una cartulina cuadrada se hacen cortes de 5 cm. a fin de elaborar cajas sin tapa para regalos sorpresa. ¿Cuánto deben medir las cartulinas para que las cajas tengan un volumen de 200 cm³? (Waldegg et al, 1998).

c) Dos muchachos separados por una distancia de 50 m, se dirigen uno hacia el otro, uno corriendo y el otro caminando. El que va corriendo lo hace con una velocidad promedio de 2.5 m/s y el que va caminando lleva una velocidad de 1 m/s. ¿Cuántos metros habrá recorrido el compañero que va caminando cuando se encuentre con el que va corriendo?

Algunos resultados

Las experiencias de la ejecución de este taller con varios profesores de educación secundaria, en el estado de Guerrero, México, sostienen que la instrumentación de esta clase de situaciones didácticas orienta a los profesores en el desempeño del papel que les corresponde y asegura la utilización de los diferentes apoyos didácticos disponibles. A su vez los participantes consideran que el desarrollo de habilidades matemáticas, constituye un enfoque en el proceso de estudiar matemáticas.

Por su parte las aportaciones de 26 educadores de diversos países que asistieron a este taller en las actividades de RELME XVI, reflejan la pertinencia y factibilidad de instrumentar esta clase de situaciones didácticas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Ya que promueve la problematización y producción de saberes en un ambiente de confrontación y validación de ideas. Los participantes consideran que las 3 habilidades matemáticas que se abordan, son universales y a su vez promueven el desarrollo de las denominadas actividades matemáticas universales, (Gorgorió et al, 2000), estas son: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar. En este sentido se puede explicitar una correspondencia entre estas habilidades y actividades universales, que al ser considerada en el estudio de esta asignatura promueva la búsqueda de sentidos y significados de los contenidos que se abordan. Especial interés mostró la variante a) de la situación didáctica presentada en el taller, por su contenido y preguntas orientadoras hacia la búsqueda de conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1983), *Los aspectos epistemológicos y los procesos de la enseñanza*, versión en español del Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México, D.F.
- Chevallard, Y. (1998), *Estudiar matemática*, SEP, México, D.F.
- Gorgorió, N. (2000), *Matemáticas y educación, retos y cambios desde un perspectiva internacional*, Graó, Barcelona.
- Guzmán, M. (1993), *Enseñanza de las ciencias y la matemática*, Popular, S.A, Madrid.
- Leontiev, A. (1981), *La actividad en Psicología*, Pueblo y Educación, Habana